第 36 卷 第 2 期
2015 年 2 月

宇 航 学 报
Journal of Astronautics

Vol. 36 No. 2
February 2015

基于小波变换的卫星阻力系数分析

刘 卫，王荣兰，刘四清，师立勤，龚建村
(中国科学院空间科学与应用研究中心，北京 100190)

摘 要: 以不同弧长解算天宫一号空间实验室连续 55 天(d) GPS 轨道数据得到卫星阻力系数 C_d 序列，并对同期的太阳辐射通量 $f_{10.7}$ 和地磁活动指数 a_p，A_p 序列高、低频多层小波分解。空间环境参量和 C_d 序列各层信号滑动相关性的统计分析结果表明小波分解的阻力系数序列与对应的 $f_{10.7}$，A_p 序列整体具有很好的滞后相关性，验证了通过 $f_{10.7}$，A_p 预报 C_d 的可行性。对不同回归模型和回归分析样本序列长度 n，分析 C_d 预报值残差表明: 采用 $f_{10.7}$ 一元回归模型，并取 $n = 20$ d 时，C_d 预报结果最优。另外，NRLMSIS－00 模型在 350 km 高度的中低纬度区域，地磁活动上升相响应过度，而下降相则响应不足; 太阳辐射通量上升相响应适度，下降相响应过度。最后对应用前景进行总结，该方法对提高航天器轨道预报精度具有重要参考价值。

关键词: 小波变换; 阻力系数; 滞后相关; 天宫一号; 空间环境
中图分类号: V474.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1328(2015)02-0142-09
DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2015.02.003

Analysis of Satellite Drag Coefficient Based on Wavelet Transformation

LIU Wei, WANG Rong-lan, LIU Si-qing, SHI Li-qin, GONG Jian-cun
(Center for Space Science and Applied Research, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: Drag coefficient sequence C_d is obtained by solving Tiangong 1 continuous 55 days (d) GPS orbit data with different arc length. The same period solar radiation flux $f_{10.7}$ and geomagnetic index a_p, A_p sequences are high and low frequency multi-wavelet decomposed. Statistical analysis results of the multilayer sliding correlation between space environmental parameters and decomposition of C_d show that lag correlation between the satellite drag coefficient sequence after wavelet decomposition and the corresponding level of $f_{10.7}$, A_p sequence is good. It is also verified that the C_d prediction is feasible. Prediction residuals of C_d with different regression models and different sample lengths are analyzed. The results show that the case setting sample length of 20 days and selecting $f_{10.7}$ regression model is best. It is also show that NRLMSIS-00 model′s response in the region of 350 km (Tiangong′s altitude) and low-middle latitude (Tiangong′s inclination) is excessive during the ascent phase of geomagnetic activity A_p and is inadequate during decline phase. Additionally, for the low-frequency decomposition sequence NRLMSIS-00 model′s response is appropriate during the ascent rising phase of $f_{10.7}$. For the high frequency decomposition sequence, NRLMSIS-00 model′s response is small-scale inadequate during the ascent phase of $f_{10.7}$ and is excessive during the decline phase of $f_{10.7}$. Finally, the summary of potential use and outlook are listed; this method has an important reference value for improving the spacecraft orbit prediction accuracy.

Key words: Wavelet transformation; Drag coefficient; Lag correlation; Tiangong 1; Space environment

0 引 言

大气阻力摄动是近地空间目标轨道确定、预报的主要误差源。目前典型大气模式中误差均在 15% ~ 30%[1-2]，太阳活动峰年或磁暴期会更大。该误差是经验模式所固有，由空间环境指数建模不

收稿日期: 2013-12-11; 修回日期: 2014-02-28
基金项目: 国家重点基础研究计划(2011CB811406)

完善引起，可通过解算同期卫星轨道数据补偿修正[1]。大气模式短期修正方面，国内外学者做了大量研究工作。Doornbos 等利用 TLE 轨道数据中丰富的阻力信息，对 CIRA－72 模式进行短期修正，并使用5颗近地点 280～530 km 目标验证修正效果，表明仅一天的参数修正可减小密度中误差 15%～30%，考虑其它参数的影响中误差至少能降低 12%[2]。Lechtenberg 等基于精密星历对短期大气模型密度进行修正[3]。Pardini 等通过第23太阳活动周峰年4颗卫星半长轴变化，分析了6种(JR－71，MSISE-90/00，GOST－2004 和 JB06/08)大气模式偏差，指出现有经典模式均高估 500 km 以下大气密度约 7%～20%[4]，此偏差是建模过程中考虑卫星阻力系数高度无关引起[4－5]。同时文献[5－8]指出卫星阻力系数随轨道高度、卫星构形和材质等因素变化。Pardini 等分析轨道高度 150～1500 km 之间11颗球形卫星整个太阳活动周轨道衰减数据，评估 JR－71 和 MSISE－90 模式，认为两模式误差与空间环境变化及轨道高度是相关的，且任何空间环境下，两模式均高估 400 km 以下大气密度[9]。

大气密度除包含11年、27天、半周年、周年、半周日、周日和潮汐等错综复杂的周期变化外，还存在磁暴等因素引起的非周期变化，有些因素难以模制，使得大气密度精确建模工作相当困难。文献[10－11]指出现有大气模式误差与空间环境参量相关，并建立基于远紫外能量 $E_{10.7}$ 指数、地磁指数 a_p 的短期动态密度修正系数。大气阻尼摄动力计算式中含大气密度、相对速度和弹道系数等因素。研究表明，一定弧段内的大气密度误差可通过阻力系数 C_d 平滑补偿，以削弱大气阻力误差。陈建荣等在磁暴期间用折线型 C_d 吸收大气模式误差，提高了轨道确定精度[12－13]。刘舒莳等分析磁静期阻力系数与地磁指数和沿迹残差的关系，建立中长期轨道预报中阻力系数的补偿算法[14]。

小波变换源于20世纪80年代地球物理研究中地震信号分析[15]，其克服傅立叶变换的缺点，具有时域和频域局部化特征，变换后可获取目标信号各频率子段信息。小波变换是强有力的时频分析工具，有人将其称为“数学显微镜”。小波分析已广泛用于信号、图像处理、模式识别及大气湍流等诸多领域。文献[16]利用小波变换时域特性，对降水时间序列进行多时间尺度小波分析，为旱涝预报提供了重要信息。

天宫一号(Tiangong 1，TG1)是我国首个空间实验室。自2011年发射以来积累了大量探测数据，为空间科学研究奠定了基础。基于大气模式误差与空间环境参量相关，且可通过阻力系数进行补偿的理论。本文以不同弧长解算 2013－2－5 T00:00 至 2013－3－31 T00:00(BJT)间 TG1 连续55天(d) GPS 轨道数据，得到卫星阻力系数 C_d 序列，利用 3σ 法则剔除异常数据。对同期太阳辐射通量 $f_{10.7}$ 和地磁指数 a_p，A_p 序列进行高、低频5层小波分解，分解后的各层信号进行了滑动相关性分析。结果表明，小波分解后的 C_d 与 $f_{10.7}$，A_p 各层次信号具有很好的滞后相关性，验证了 C_d 通过 $f_{10.7}$，A_p 预报的可行性。通过回归分析建立 C_d 与 $f_{10.7}$，A_p 关系，并使用 GPS 轨道数据解算 C_d 值验证预报的有效性。最后对方法适用范围与局限性等进行讨论，该方法对提高航天器轨道预报精度具有重要意义。

1　阻力系数解算

卫星在轨运行中，大气阻力加速度 $\boldsymbol{a}_{\text{drag}}$ 可表达为:

$$\boldsymbol{a}_{\text{drag}} = -\frac{1}{2}B\rho \boldsymbol{v}_s^2 \tag{1}$$

式中: 弹道系数 $B = C_d A/M$，C_d 为卫星阻力系数，A/M 是面积质量比，ρ 是卫星所处位置大气密度，$\boldsymbol{v}_s$ 是卫星相对大气的速度矢量。

大气阻力加速度由 C_d，A/M，$\boldsymbol{v}_s$ 和 ρ 四因素共同构成。大气阻力摄动误差为各因素误差与因素间耦合误差之和。故大气密度误差通过阻力系数补偿的原理可表达为[17]:

$$B\int_0^{\Delta t}\rho \boldsymbol{v}_s^2 \mathrm{d}t \approx B'\int_0^{\Delta t}\rho' \boldsymbol{v}_s^2 \mathrm{d}t \tag{2}$$

式中: B' 为轨道确定中估算弹道系数，ρ' 为大气密度模式计算值，Δt 为轨道拟合弧长。

在 A/M 已知的情况下，估算阻力系数 C_d 与估算弹道系数 B 是等效的。地磁指数 a_p，A_p 分为 3 h 值和日值，太阳辐射通量 $f_{10.7}$ 为日值，故本文分别以 3 h 弧长和 1d 弧长解算阻力系数 C_d 序列。

1.1　解算方法与模型

阻力系数解算本质是将其包含到状态矢量 X

中，进行微分修正。通过 GPS 轨道数据中位置矢量 $\boldsymbol{r}$，建立测量方程[18]：

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{G}(t,\boldsymbol{X}) + V \quad (3)$$

将测量方程线性化，在参考状态量 X_0^* 处泰勒展开，略去高阶项，得到条件方程：

$$\boldsymbol{y} = \widetilde{\boldsymbol{G}}\boldsymbol{x} + v \quad (4)$$

式中：$y = r_o - r_c$ 是残差，$\boldsymbol{r}_o$,$\boldsymbol{r}_c$ 分别为位置矢量测量值和计算值；状态量 X 包含位置、速度矢量和阻力系数，即 $X = X(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},C_d)$；$\boldsymbol{x} = X_0 - \boldsymbol{X}^* = \boldsymbol{X}_0^k - \boldsymbol{X}_0^{k-1}$ 为待估状态量的修正量；$\widetilde{G}$ 是相应 $m \times n$ 维高矩阵，m 是 N 个测量数据对应的维数，n 则是待估状态量的维数，通常 m 远大于 n，充分利用测量数据统计信息。

阻力系数解算中，主要模型和参量：

1) 70×70 阶地球引力场模型 GGM02C；
2) 30×30 阶 TOPEX 4.0 海潮模型；
3) NRLMSIS-00 大气模型；
4) 坐标、时间及天文常数系统采用 IERS (2003) 标准；
5) 日、月引力摄动；
6) 太阳光压，固体潮摄动。

通过多次迭代求解条件方程，获取阻力系数最优估计，解算连续弧段得到阻力系数 C_d 序列。

1.2 异常数据剔除

天宫任务需要轨道机动或轨道衰减等，需轨道机动以保障任务或轨道维持。如解算弧段内含轨道机动，解算出的阻力系数就不能准确表征大气密度偏差，此情况为阻力系数异常，表现为定轨残差 RMS(R_{residual}) 较大。通过残差 RMS 统计，使用 3σ 法则对异常数据进行剔除。

即：如果 $|R_{\text{residual}} - \mu_{\text{residual}}| > 3\sigma_{\text{residual}}$，则剔除该弧段解算的阻力系数，以保证获取的 C_d 序列正确反映大气密度误差。其中 R_{residual} 为定轨残差 RMS，μ_{residual} 为 R_{residual} 序列均值，σ_{residual} 为 R_{residual} 序列标准差。

2 数据处理

解算阻力系数分别得到弧长 3 h 和 1 d 的 C_d 序列，并剔除异常值。对 C_d 序列作归一化处理，定义归一化值 $\overline{C}_d = C_d/2.2$。对 C_d 及同期 $f_{10.7}$,A_p,a_p 序列进行高、低频 5 层小波分解，不同尺度上分析分解信号相关性。

2.1 离散小波变换

假设输入信号 $f(t)$，记 $\varphi_{jk}(t) = 2^{-j/2}\varphi(2^{-j}t - k)$，$\psi_{jk}(t) = 2^{-j/2}\psi(2^{-j}t - k)$，$\varphi(t)$ 与 $\psi(t)$ 为多分辨率分析中的尺度函数和小波函数；$\{\varphi_{jk}(t)\}$ 与 $\{\psi_{jk}(t)\}$ 为正交基函数集。记 $P_0 f = f$ 在第 j 级上的一维离散小波变换为(DWT)。通过正交投影 $P_j f$ 与 $Q_j f$ 将 $P_{j-1} f$ 分解为[19-21]：

$$P_{j-1} f = P_j f + Q_j f = \sum_k c_k^j \varphi_{jk} + \sum_k d_k^j \psi_{jk} \quad (5)$$

式中：$c_k^j = \sum_{n=0}^{p-1} h(n)\, c_{2k+n}^{j-1}$，$d_k^j = \sum_{n=0}^{p-1} g(n)\, c_{2k+n}^{j-1}$ $(j = 1, 2, \ldots, L, k = 0, 1, \ldots, \frac{N}{2^j} - 1)$；$\{h(n)\}$ 与 $\{g(n)\}$ 为低通和高通滤波系数，由基函数 $\{\varphi_{jk}(t)\}$、$\{\psi_{jk}(t)\}$ 确定；p 为滤波系数的长度；N 为输入信号的长度，L 为所需的级数。最终得到各级小波系数序列 c_k^j,d_k^j。

小波基函数选用 Daubechies，图 1 为弧长 1d 归一化阻力系数 $\overline{C}_d$ 及对应 A_p 序列多级分解结果。图 1(a) 顶部两曲线为 A_p 和 $\overline{C}_d$ 原始序列，原序列间不存在显著相关性。图 1(a,b) 其余曲线为两序列低频分解 $L5 \sim L1$，低频部分表现出一定负相关性。同样，图 1(c,d) 除顶部曲线为 A_p 和 $\overline{C}_d$ 原始序列外，其余为两序列高频分解 $H5 \sim H1$，高频部分呈现出更强负相关，表明 NRLMSIS-00 模式在 350 km 高度中低纬度区域(Tiangong 1，h ≈ 350 km，i ≈ 42°) 地磁活动上升相存在过响应，而下降相则响应不足。

图 2 给出弧长 1d 解算 $\overline{C}_d$ 和 $f_{10.7}$ 序列小波分解结果，图 2(a) 顶部两曲线为 $f_{10.7}$ 和 $\overline{C}_d$ 原始序列，原始序列间存在较强的相关性。图 2(a,b) 其它曲线为两序列低频分解 $L5 \sim L1$。低频部分 $L5$ 太阳辐射流量 $f_{10.7}$ 上升相 $\overline{C}_d$ 序列基本保持稳定，下降相 $\overline{C}_d$ 序列相应下降，表明 NRLMSIS-00 模式在 350 km 高度中低纬度区域，$f_{10.7}$ 上升相响应适度，下降相存在过响应。同样，图 2(c,d) 中(c) 顶部两曲线为 $f_{10.7}$ 和 $\overline{C}_d$ 原始序列，其它为两序列高频分解 $H5 \sim H1$。$f_{10.7}$、$\overline{C}_d$ 高频部分呈现出很强的正相关，表明 NRLMSIS-00 模式在 $f_{10.7}$ 上升相在小尺度上的响应不足，而下降相存在过响应。

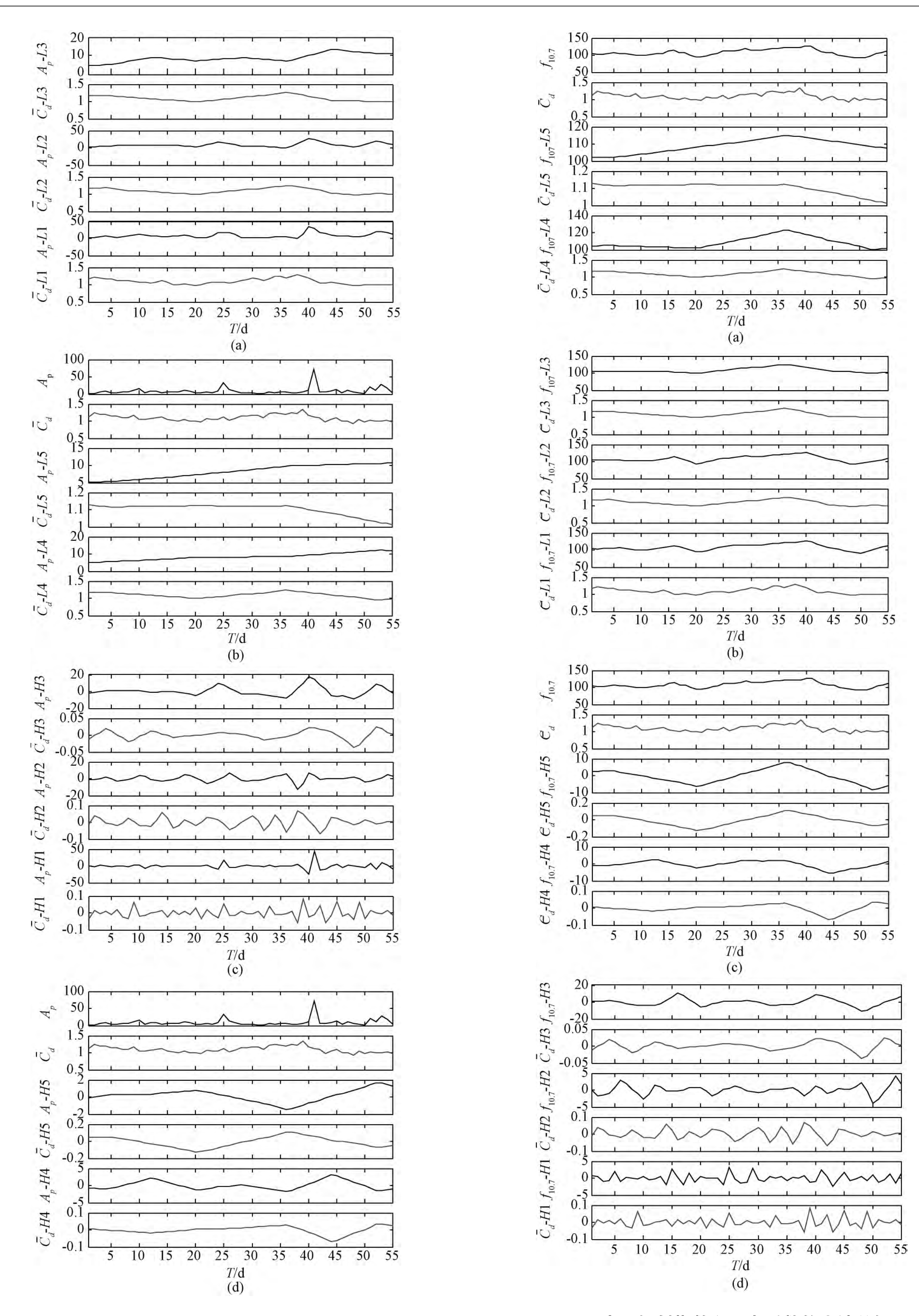


图 1　地磁指数和阻力系数的小波分解

Fig. 1　The multi-wavelet decomposition of A_p, $\bar{C}_d$ sequences

图 2　太阳辐射指数和阻力系数的小波分解

Fig. 2　The multi-wavelet decomposition of $f_{10.7}$, $\bar{C}_d$ sequences

另外分析表明，弧长 3 h 解算阻力系数序列与对应 a_p 序列呈极弱相关性。可能是解算弧长不够等因素引入了其它误差导致的，限于篇幅具体分析结果不再列出。

2.2 滑动相关分析

滑动相关性分析是固定空间环境序列，前后滑动 $\bar{C}_d$ 序列并计算相关系数，统计相关系数变化规律，为 C_d 预报分析提供依据。首先对 A_p 及对应的 $\bar{C}_d$ 序列作滑动相关性分析。选取同一分解层两相同长度的序列，固定 A_p 序列前后滑动 $\bar{C}_d$ 序列，取滑动值 −3 ~3 d，计算两序列相关系数。解算长度 55 d 序列中，取滑动序列长度 30 d。滑动值在 −3 ~3 d范围时，各滑动值均可计算 19 个相关系数。

表 1 列出 A_p，$\bar{C}_d$ 序列各层信号不同滑动值时，相关系数均值。$R_{-A_p\bar{C}_d}$，$R_{-A_p\bar{C}_d}H5$ ~ $H1$，$R_{-A_p\bar{C}_d}L5$ ~ $L1$ 各表示 A_p，$\bar{C}_d$ 原始序列，高频 $H5$ ~ $H1$，低频 $L5$ ~ $L1$ 序列相关系数均值。图 3 是 A_p，$\bar{C}_d$ 序列各层分解信号滑动相关系数统计。图 3(a,g) 是 A_p，$\bar{C}_d$ 原始序列滑动相关性统计，滑动值 2 d 时原始序列间表现出较强的负相关性，如表 1 所示相关系数均值 −0.3102。图 3(b ~ f) 给出 A_p，$\bar{C}_d$ 序列高频 $H5$ ~ $H1$ 滑动相关系数统计，可见原始序列及高频 $H5$ ~ $H2$ 部分滑动值取 2 d 时，呈现出较强的负相关性，相关系数均值分别为：−0.3102，−0.2322，−0.5576，−0.37，−0.4396，而高频 $H1$ 的相关性则没有规律。图 3(h ~ l) 给出 A_p，$\bar{C}_d$ 序列低频 $L5$ ~ $L1$ 滑动相关系数统计情况，低频部分情况类似整体表现出负相关，当滑动值取 2 d 时整体负相关性较强。

表 1 A_p，$\bar{C}_d$ 序列各滑动值对应相关系数均值

Table 1 The mean of A_p，$\bar{C}_d$ sliding correlation

滑动值	−3 d	−2 d	−1 d	0 d	1 d	2 d	3 d
$R_{-A_p\bar{C}_d}$	0.0545	0.1072	−0.083	−0.0766	−0.23	−0.3102	−0.1512
$R_{-A_pC_d}H5$	0.0144	−0.0923	−0.1993	−0.3089	−0.3343	−0.2322	−0.204
$R_{-A_pC_d}H4$	−0.1995	−0.3086	−0.4098	−0.4919	−0.5458	−0.5576	−0.5089
$R_{-A_p\bar{C}_d}H3$	0.3364	0.2816	0.0616	−0.1722	−0.3116	−0.37	−0.2647
$R_{-A_p\bar{C}_d}H2$	0.1408	0.3873	0.2405	−0.1049	−0.4355	−0.4396	0.1071
$R_{-A_p\bar{C}_d}H1$	−0.0515	0.217	−0.3342	0.2619	0.0247	−0.2232	0.0562
$R_{-A_p\bar{C}_d}L5$	0.1597	0.0528	−0.0538	−0.155	−0.2602	−0.3653	−0.4706
$R_{-A_p\bar{C}_d}L4$	0.1691	0.0639	−0.0234	−0.089	−0.1443	−0.1953	−0.2493
$R_{-A_p\bar{C}_d}L3$	−0.0898	−0.1674	−0.2455	−0.3317	−0.4149	−0.4839	−0.5142
$R_{-A_p\bar{C}_d}L2$	−0.0695	−0.1464	−0.224	−0.3079	−0.3891	−0.4583	−0.4952
$R_{-A_p\bar{C}_d}L1$	0.0821	0.0984	−0.0138	−0.17	−0.3121	−0.3532	−0.2284

表 2 是 $f_{10.7}$，$\bar{C}_d$ 序列各层信号取不同滑动值时的相关系数均值。$R_{-f_{10.7}\bar{C}_d}$，$R_{-f_{10.7}\bar{C}_d}H5$ ~ $H1$，$R_{-f_{10.7}\bar{C}_d}L5$ ~ $L1$ 各为 $f_{10.7}$，$\bar{C}_d$ 原始序列，高频 $H5$ ~ $H1$，低频 $L5$ ~ $L1$ 相关系数均值。图 4 是 $f_{10.7}$，$\bar{C}_d$ 序列各层信号滑动相关系数统计，图 4(a,g) 是 $f_{10.7}$，$\bar{C}_d$ 原始序列滑动相关性统计，原始序列间表现出较强的相关性，且随滑动值增大相关性有减弱趋势。从 C_d 预报的角度，我们希望在滑动值大于 0 (滞后相关) 时具有更强的相关性。好在减弱趋势是缓慢的，滑动值取 1 d 时相关系数均值为 0.65。

图 4(b ~ f) 给出 $f_{10.7}$，$\bar{C}_d$ 序列高频 $H5$ ~ $H1$ 滑动相关系数统计，高频 $H5$，$H4$ 部分较原始序列具有更强的相关性，变化趋势与原始序列相似。高频 $H3$ ~ $H1$ 部分则相关性较弱，且变化不规律。图 4(h ~ l) 给出 A_p，$\bar{C}_d$ 序列低频 $L5$ ~ $L1$ 滑动相关系数统计，低频部分相关系数随滑动值增大而减弱，但整体表现出较强正相关。虽然滑动值小于 0(超前相关) 时，各分解序列相关性更强些，但从变化趋势上来看滑动值取 1 d 时，也具有较强的相关性。C_d 预报中可取滑动值 1 d，避免引入空间环境预报误差。

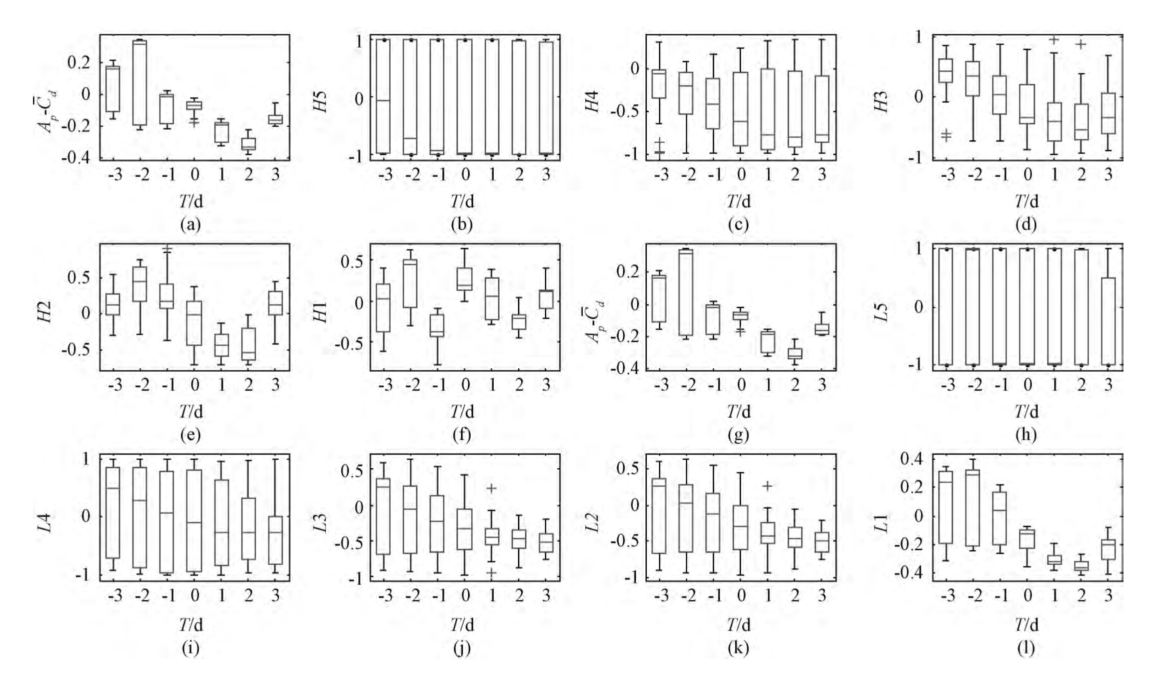


图3　地磁指数和阻力系数分解序列滑动相关性统计

Fig. 3　The boxplot of A_p, $\bar{C}_d$ sliding correlation

表2　$f_{10.7}$, $\bar{C}_d$ 序列各滑动值对应相关系数均值

Table 2　The mean of $f_{10.7}$, $\bar{C}_d$ sliding correlation

滑动值	-3 d	-2 d	-1 d	0 d	1 d	2 d	3 d
$R_{-f_{10.7}\bar{c}_d}$	0.639	0.7085	0.7426	0.7224	0.65	0.5661	0.4805
$R_{-f_{10.7}\bar{c}_d H5}$	0.835	0.9464	0.9217	0.8364	0.7526	0.6557	0.4746
$R_{-f_{10.7}\bar{c}_d H4}$	0.705	0.7735	0.8126	0.7866	0.7106	0.6148	0.5151
$R_{-f_{10.7}\bar{c}_d H3}$	0.0116	-0.0046	-0.023	-0.0407	-0.0546	-0.0606	-0.058
$R_{-f_{10.7}\bar{c}_d H2}$	0.0018	-0.0004	-0.0037	-0.0076	-0.0112	-0.0134	-0.0121
$R_{-f_{10.7}\bar{c}_d H1}$	0.0026	0.0005	-0.0016	-0.0031	-0.0057	-0.009	-0.0106
$R_{-f_{10.7}\bar{c}_d L5}$	0.8899	0.9958	0.8911	0.7877	0.6868	0.5822	0.4774
$R_{-f_{10.7}\bar{c}_d L4}$	0.6288	0.7299	0.8191	0.8936	0.909	0.8634	0.774
$R_{-f_{10.7}\bar{c}_d L3}$	0.7508	0.8367	0.8896	0.9089	0.8828	0.8213	0.7313
$R_{-f_{10.7}\bar{c}_d L2}$	0.728	0.8145	0.8491	0.8334	0.7751	0.6896	0.5899
$R_{-f_{10.7}\bar{c}_d L1}$	0.6809	0.7665	0.7977	0.7741	0.7	0.6054	0.5216

上述分析表明阻力系数 C_d 对地磁指数 A_p 和太阳辐射流量 $f_{10.7}$ 都具有滞后相关性，与 A_p 相比 $f_{10.7}$ 序列的相关性更强些。工程应用中，可通过实测的空间环境指数对 C_d 序列进行 1 ~2 d 预报。

3　回归分析与验证

通过滑动相关性的分析，阻力系数 C_d 对地磁指数 A_p 和太阳辐射 $f_{10.7}$ 分别取滑动值 2 d 和 1 d。对各层分解信号进行多元非线性回归分析，模型为:

$$C_d = \sum_{i=1}^{5} \alpha_{i0} + \alpha_{i1}x_{i1} + \alpha_{i2}x_{i1}^2 + \alpha_{i3}x_{i2} + \alpha_{i4}x_{i2}^2 \tag{6}$$

采用二次多项式进行回归分析，式中: x_{i1}, x_{i2} 为 A_p 和 $f_{10.7}$ 分解的各层信号; α_{i0}, α_{i1}, α_{i2}, α_{i3}, α_{i4} 为回归系数; 最后将高低频信号叠加得到 C_d 值。

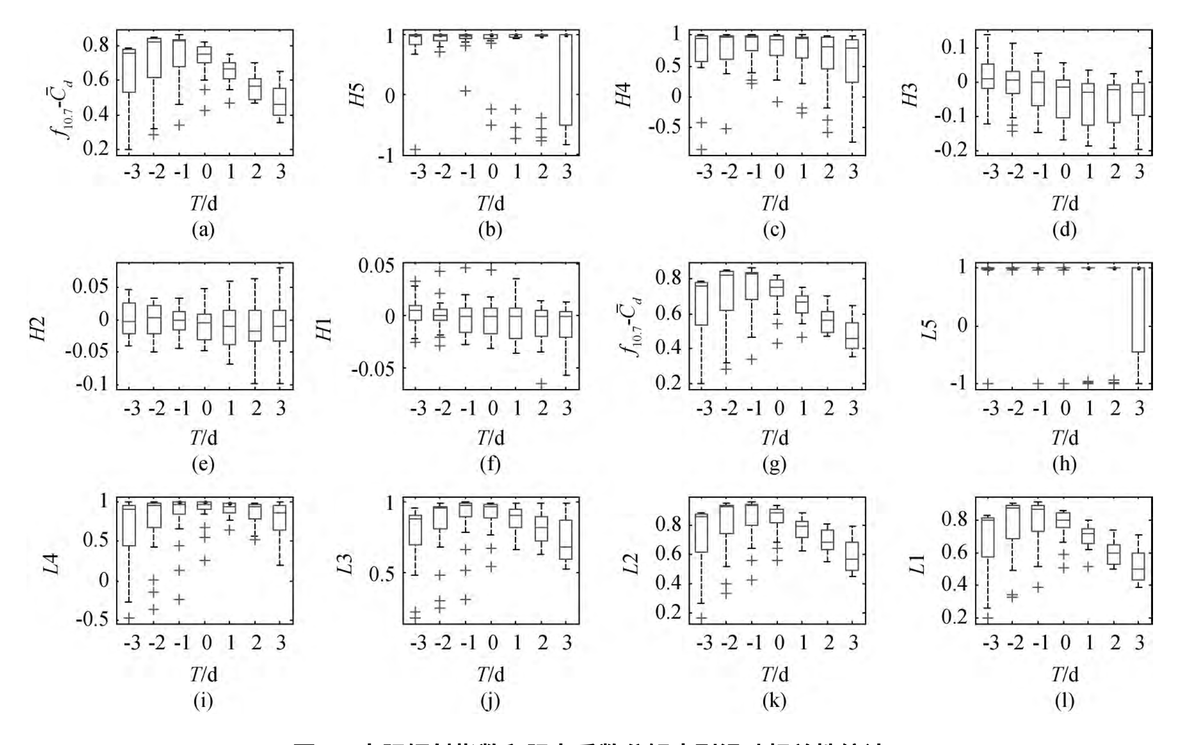
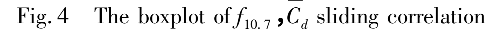


图 4 太阳辐射指数和阻力系数分解序列滑动相关性统计


Fig. 4 The boxplot of $f_{10.7}$, $\bar{C}_d$ sliding correlation

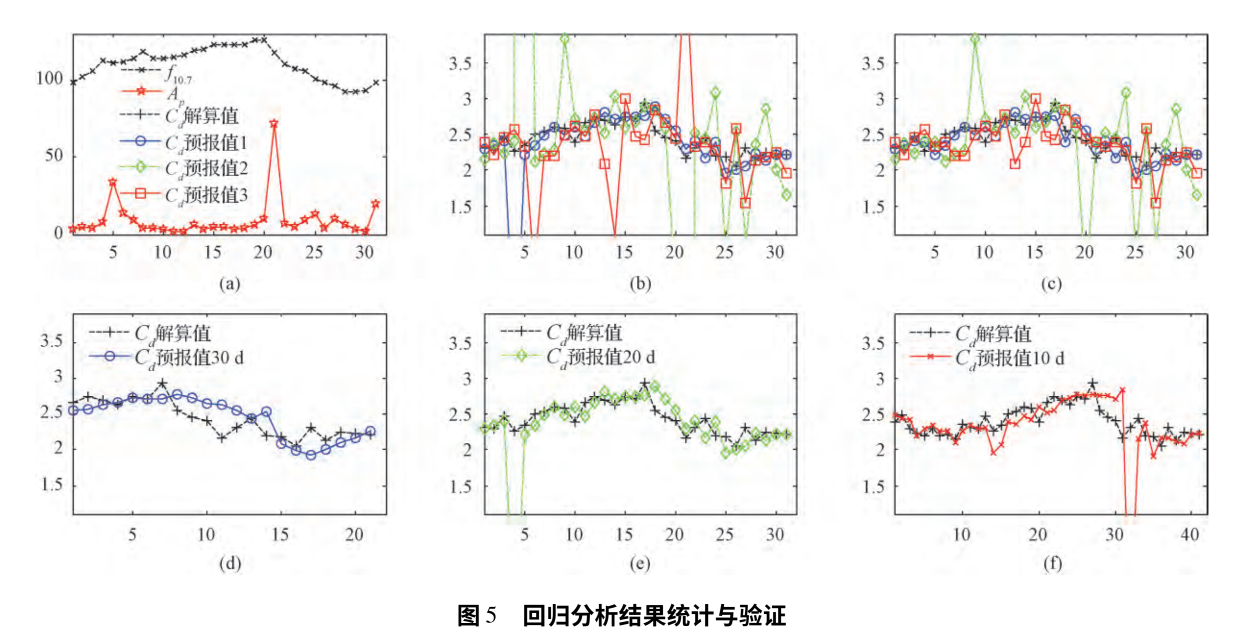


图 5 回归分析结果统计与验证

Fig. 5 The statistic of regression analysis and verification

仍以解算的 55 d 序列为样本，选取长度为 n 的连续序列进行回归分析。剩余序列来验证回归分析结果，并统计 C_d 序列预报残差。图 5(a) 给出滑动值分别取 2 d，1 d 时 A_p 和 $f_{10.7}$ 实测值，图 5(b) 给出不同回归模型预报 C_d 值与实际解算值，曲线标注见图 5(a)，其中 C_d 预报值 1 ~ 3 分别是 $f_{10.7}$，A_p 一元和 A_p，$f_{10.7}$ 二元非线性回归模型预报的 C_d 值。为便于预报误差比较，图 5(c) 依据 C_d 预报残差对预报值的“毛刺”进行“削顶”平滑处理。对比图 5(a) 可见“毛刺”多出现在空间环境上升或下降相。各回归模型对空间环境变化响应不同，如 $f_{10.7}$ 一元回归模型对空间环境变化处理较好，只含一个“毛刺”，其

余两模型则差一些。图 5(b ~ c) 均取 n =20 d，平滑后三种回归模型 C_d 序列预报残差标准差分别为: 0.1412，0.6454，0.2802，可见 $f_{10.7}$ 一元非线性回归模型预报结果是最优。图 5(d ~ f) 给出 $f_{10.7}$ 一元回归模型时，分别取 n =30 d，20 d，10 d 时 C_d 的预报值与解算值，平滑后对应残差标准差分别为: 0.1663，0.1412，0.1580。可见 C_d 预报优劣与回归分析序列长度相关，取 n =20 d 预报结果最优。另外统计发现回归系数 α_{i0}，α_{i1}，α_{i2}，α_{i3}，α_{i4} 波动较大，回归系数是时变的，只适用于短期 C_d 预报。

利用建立的回归模型选取实例，检验轨道预报精度提高情况。取空间环境剧烈波动期样本，使用三种方法进行预报: ① C_d 取常数 2.2，②前一弧段估算 C_d，用于后续预报③本文方法预报 C_d 值。表 3 列出三种方法预报结果及误差，可见方法③轨道预报精度最优，位置预报误差较方法①、②的千米级，精确至百米级。当然空间环境平稳变化期的改进效果则没有这么明显，限于剧烈扰动期的数据样本数量，这里就不给出统计结论了。

表 3　不同 C_d 模式下的轨道预报误差

Table 3　The prediction errors of position with different C_d mode

预报方法	C_d 取值	预报时长/d	预报 X /m	预报 Y /m	预报 Z /m	位置误差/m
①	2.2	1	5941829	3075328	−790634	2659.573
②	2.9304	1	5939655	3078517	−794101	2528.256
③	2.5544	1	5940775	3076875	−792316	144.9546
实测 GPS 轨道数据			5940737	3076969	−792420	NULL

4　结束语

本文以不同弧长解算连续 55 d 天宫一号 GPS 轨道数据得到阻力系数 C_d 序列，对同期的太阳辐射通量 $f_{10.7}$ 和地磁活动指数 a_p，A_p 序列一并进行高、低频小波分解，统计分析空间环境参量 A_p，$f_{10.7}$ 和 C_d 序列各分解信号滑动相关性。结果表明，滑动值分别取 2 d 和 1 d 时，卫星阻力系数序列小波分解后与对应层次 A_p，$f_{10.7}$ 序列具有很好的滞后相关性，验证了 C_d 可预报性。地磁指数 A_p 和阻力系数 C_d 序列整体呈现负相关，表明 NRLMSIS −00 模式在高度 350 km 的中低纬度区域，地磁活动上升相存在过响应，下降相则响应不足。太阳辐射流量 $f_{10.7}$ 和阻力系数 C_d 序列整体表现出较强正相关，低频部分 $f_{10.7}$ 上升相 C_d 序列基本保持稳定，下降相 C_d 序列相应下降，表明 NRLMSIS −00 模式在太阳辐射流量上升相响应适度，下降相存在过响应，高频部分呈现很强的正相关，表明 NRLMSIS −00 模式在 $f_{10.7}$ 上升相存在小尺度上的响应不足，而下降相存在过响应。

分析不同回归模型和不同回归分析样本序列长度 n 的情况下的 C_d 预报值残差，结果表明 $f_{10.7}$ 一元回归模型取 n =20 d 时，C_d 预报结果最优。另外统计发现回归系数 α_{i0}，α_{i1}，α_{i2}，α_{i3}，α_{i4} 波动较大，故方法只适用于 C_d 短期预报。此外磁扰期 C_d 预报会出现毛刺，需平滑处理。因不同大气模式在各空间环境变化段中表现出的误差是不同的，故回归系数对不同大气模式不具有普遍适用性。

统计显示，弧长 3 h 解算阻力系数序列与对应 A_p 序列呈极弱相关性，可能是解算弧长不够等因素引入其它误差导致，具体原因有待深入研究。本文从小波分解的角度列出卫星阻力系数与空间环境参量变化关系，为 C_d 预报提供了方法，解决了现有工程中普遍采用前段定轨解算阻力系数值用于后续轨道预报时，在空间环境剧烈波动期引入较大误差的问题。分析方法对提高航天器轨道预报精度具有重要参考价值。

参　考　文　献

[1] Doornbos E，Klinkrad H，Visser P. Atmospheric density calibration using satellite drag observations [J]. Advances in Space Research，2005，36(3): 515 −521.

[2] Doornbos E，Klinkrad H，Visser P. Use of two-line element data for thermosphere neutral density model calibration [J]. Advances in Space Research，2008，41(7): 1115 −1122.

[3] Lechtenberg T F，McLaughlin C A，Locke T，et al. Thermospheric density variations: observability using precision satellite orbits and effects on orbit propogation [J]. Space Weather，2013，11(1): 34 −45.

[4] Pardini C，Moe K，Anselmo L. Thermospheric density model biases at the 23rd sunspot maximum [J]. Planetary and Space Science，2012，67(1): 130 −146.

[5] Moe K，Moe M M. Gas − surface interactions and satellite drag coefficients [J]. Planetary and Space Science，2005，53(8):

793－801.

[6] Gaposchkin E M, Coster A J. Analysis of satellite drag [M]. Lexington (USA): Lincoln Lab, 1988.

[7] Cook G E. Satellite drag coefficients [J]. Planetary and Space Science, 1965, 13(10): 929－946.

[8] 马淑英，李晶，周云良. 大气拖曳引起卫星轨道衰减的数值模拟 [J]. 宇航动力学学报, 2012, 3(1): 9－14. [Ma Shu-ying, Li Jing, Zhou Yun-liang. Simulation of orbit decay for LEO satellite caused by atmospheric drag [J]. Journal of Astrodynamics, 2012, 3(1): 9－14.]

[9] Pardini C, Tobiska W K, Anselmo L. Analysis of the orbital decay of spherical satellites using different solar flux proxies and atmospheric density models [J]. Advances in Space Research, 2006, 37(2): 392－400.

[10] Storz M F, Bowman B R, Branson M J I, et al. High accuracy satellite drag model (HASDM) [J]. Advances in Space Research, 2005, 36(12): 2497－2505.

[11] Bowman B R, Storz M F. High accuracy satellite drag model (HASDM) review [J]. Advances in the Astronautical Sciences, 2003, 116: 1943－1952.

[12] 陈建荣，王家松. 磁暴下的LEO卫星精密轨道确定 [J]. 飞行器测控学报, 2005, 24(6): 34－38. [Chen Jian-rong, Wang Jia-song. Precision orbit determination of low-earth orbiters under magnetic storms [J]. Journal of Spacecraft TT&C Technology, 2005, 24(6): 34－38.]

[13] 黄卫东，张育林. 分布式卫星轨道构形的大气摄动分析及修正方法 [J]. 宇航学报, 2005, 26(05): 649－652. [Huang Wei-dong, Zhang Yu-lin. Analysis of atmospheric perturbation to distributed satellites orbit configuration and its modified method [J]. Journal of Astronautics, 2005, 26(05): 649－652.]

[14] 刘舒莳，龚建村，刘四清，等. 中长期轨道预报中大气阻力系数补偿算法的研究 [J]. 宇航学报, 2013, 34(2): 157－162. [Liu Shu-shi, Gong Jian-cun, Liu Si-qing, et al. Atmospheric drag coefficient calibration in medium-term orbit prediction [J]. Journal of Astronautics, 2013, 34(2): 157－162.]

[15] Kumar P, Foufoula G E. Wavelet analysis for geophysical applications [J]. Reviews of Geophysics, 1997, 35(4): 385－412.

[16] 匡正，季仲贞，林一骅. 华北降水时间序列资料的小波分析 [J]. 气候与环境研究, 2000, 5(3): 312－317. [Kuang Zheng, Ji Zhong-zhen, Lin Yi-hua. Wavelet analysis of rainfall data in north china [J]. Climatic and Enviromental Research, 2000, 5(3): 312－317.]

[17] Bowman B R. True satellite ballistic coefficient determination for HASDM [C]. AIAA/ASS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit, California, USA, August 5－8, 2002.

[18] 李济生. 人造卫星精密轨道确定 [M]. 北京: 解放军出版社, 1995: 1－16.

[19] Mallat S G. A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation [J]. Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on, 1989, 11(7): 674－936.

[20] 王明祥，宁宇蓉，王晋国. 基于Mallat算法的一维离散小波变换的实现 [J]. 西北大学学报(自然科学版), 2006, 36(3): 364－368. [Wang Ming-xiang, Ning Yu-rong, Wang Jin-guo. Realization of one dimension discrete wavelet transform based on Mallat algorithm [J]. Journal of Northwest University (Natural Science Edition), 2006, 36(3): 364－368.]

[21] 熊智新，胡慕伊，陈朝霞，等. 离散小波变换算法剖析及其通用程序实现 [J]. 计算机工程与设计, 2007, 28(20): 4856－4859. [Xiong Zhi-xin, Hu Mu-yi, Chen Zhao-xia, et al. Analysis of discrete wavelet transform algorithm and its general implementation for programming [J]. Computer Engineering and Design, 2007, 28(20): 4856－4859.]

作者简介:
刘卫(1984－)，男，硕士，助理研究员，主要从事人造卫星精密定轨及空间碎片碰撞预警研究。
通信地址: 北京市8701信箱(100190)
电话: (010)62586415
E-mail: liuwei@nssc.ac.cn

(编辑: 牛苗苗)